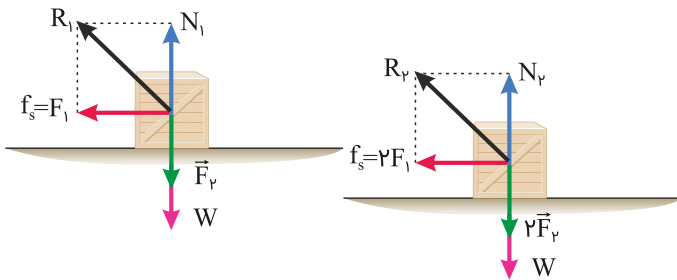


گزینه ۲

۱



$$R_1 = \sqrt{f_s^2 + N_1^2} \Rightarrow R_1 = \sqrt{F_1^2 + (W + F_1)^2}$$

$$R_2 = \sqrt{f_s^2 + N_2^2} \Rightarrow R_2 = \sqrt{(2F_1)^2 + (W + 2F_1)^2}$$

$$R_1 < R_2 < 2R_1$$

$$1 < K < 2$$

تذکر: چون W ثابت است و فقط F_1 و F_2 دو برابر شده‌اند، نمی‌توان گفت که R_2 ، دو برابر R_1 است.

گزینه ۴

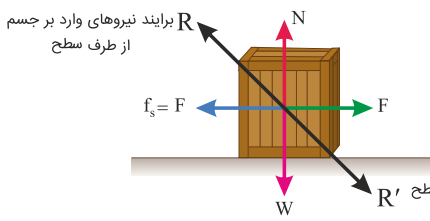
۲

$$\mu_s = 0.6$$

$$\mu_k = 0.3$$

$$f_{s \max} = \mu_s N = \mu_s W = 0.6 \times 500 = 300 \text{ N}$$

چون $F < f_{s \max}$ است، جسم حرکت نمی‌کند و نیروی اصطکاک ایستایی هم‌اندازه با نیروی محرک وارد بر جسم است.



برحسب نیوتون $\vec{R}' = f_s \vec{i} + W \vec{j} = 250 \vec{i} - 500 \vec{j}$

با استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی، داریم:

$$W_{\text{ج}} = \Delta K \Rightarrow W_F + W_{f_k} + \cancel{W_{mg}} + \cancel{W_{F_N}} = \frac{1}{2} m (v^2 - v_o^2)$$

$$\Rightarrow F \cos 37^\circ \cdot d + f_k \cdot d \cos 180^\circ = \frac{1}{2} \times 4 (4^2 - 0)$$

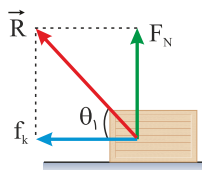
$$\Rightarrow 40 \times 0.8 \times 1/6 - f_k \times 1/6 = 32 \Rightarrow f_k = 12 \text{ N}$$

راه حل اول: در حالت اول چون سرعت جسم ثابت است، پس $f_k = F_1 = 10 \text{ N}$ است.

$$F_N = F_v + mg = 10 + 40 = 50 \text{ N}$$

$$f_k = \mu_k F_N \Rightarrow \mu_k = \frac{10}{50} = \frac{1}{5}$$

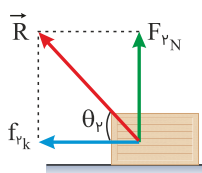
$$\tan \theta_1 = \frac{50}{10} = 5$$



$$F_{vN} = mg - F_v = 40 - 10 = 30 \text{ N}$$

$$f_{vk} = \mu_k F_{vN} = \frac{1}{5} \times 30 \text{ N} = 6 \text{ N}$$

$$\tan \theta_v = \frac{F_{vN}}{f_{vk}} = \frac{30}{6} = 5$$



چون $\tan \theta_v = \tan \theta_1 < 90^\circ$ است، پس $\theta_v = \theta_1$ است.

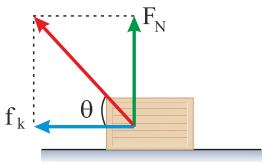
راه حل دوم: اندازه نیرویی که سطح به جسم وارد می‌کند را از رابطه زیر به دست می‌آوریم:

$$R = \sqrt{f_k^2 + F_N^2}$$

$f_k = \mu_k F$ است پس داریم:

$$R = F_N \sqrt{1 + \mu_k^2} \Rightarrow \frac{R}{F_N} = \sqrt{1 + \mu_k^2}$$

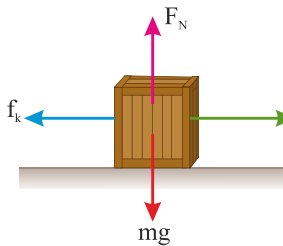
در شکل زیر $\sin \theta = \frac{F_N}{R} = \frac{1}{\sqrt{1 + \mu_k^2}}$ است، پس تا زمانی که μ_k تغییر نکند زاویه بین نیروی سطح و f_k یا همان سطح افقی تغییر نمی‌کند؛ پس $\theta_1 = \theta_2$ است.



گزینه ۴

۵

گام اول: شتاب حرکت جعبه را قبل از پاره شدن نخ به دست می‌آوریم:



$$F_N = mg = 100 \times 10 = 1000 \text{ N}$$

$$f_k = \mu_k F_N = 0.5 \times 1000 = 500 \text{ N}$$

$$F - f_k = ma \Rightarrow 550 - 500 = 100a \Rightarrow a = \frac{1}{2} \text{ m/s}^2$$

گام دوم: سرعت جعبه را در لحظه پاره شدن نخ محاسبه می‌کنیم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = \frac{1}{2} \times 4 = 2 \text{ m/s}$$

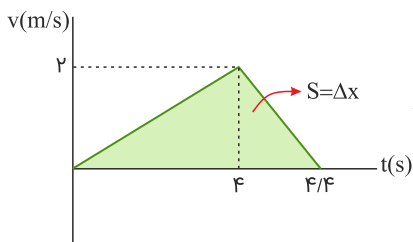
گام سوم: شتاب جعبه را از لحظه پاره شدن نخ تا لحظه توقف به دست می‌آوریم. باتوجه به اینکه پس از پاره شدن طناب فقط نیروی اصطکاک در خلاف جهت حرکت، بر جعبه وارد می‌شود، داریم:

$$-f_k = ma \Rightarrow a_f = -\mu_k g = -0.5 \times 10 = -5 \text{ m/s}^2$$

گام چهارم: مدت زمانی که طول می‌کشد تا پس از پاره شدن نخ جعبه متوقف شود را محاسبه می‌کنیم:

$$v_f = a_f t_f + v_0 \Rightarrow 0 = -5t_f + 2 \Rightarrow t_f = 0.4 \text{ s}$$

گام پنجم: نمودار $v - t$ حرکت جعبه را رسم می‌کنیم و جابه‌جایی کل را به دست می‌آوریم:



$$\Delta x = \frac{2 \times 0.4}{2} = 0.4 \text{ m}$$

گزینه ۳

۶

هنگامی که بار اول نخ را به آرامی پایین می‌کشیم و به تدریج نیرو را افزایش می‌دهیم، نیروی وزن وزنه در راستای پایین به ما کمک می‌کند و در نهایت نخ از بالای وزنه پاره می‌شود؛ اما در بار دوم وقتی به صورت ضربه‌ای و در یک لحظه نخ را به پایین می‌کشیم، باتوجه به قانون لختی، وزنه با تغییر ناگهانی سرعت مخالفت می‌کند و نیروی لحظه‌ای باعث می‌شود نخ از پایین وزنه پاره شود.

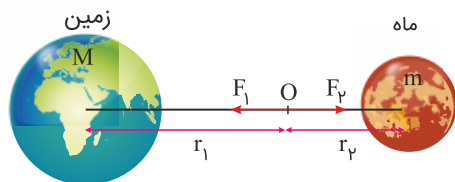
گزینه ۲

۷

چون وزنه متصل به فنر با شتاب ثابت a حرکت می‌کند، می‌توان گفت که نیروی کشسانی فنر برابر با نیروی برآیند وارد بر وزنه است:

$$F_e = F \Rightarrow kx = ma \Rightarrow k \times (140 - 136) = 2 \times 2 \Rightarrow k = 1 \text{ N/cm}$$

نقطه مطرح شده در صورت سؤال که در آن نیروهای گرانشی زمین و ماه باهم مساوی هستند را مطابق شکل زیر نقطه O فرض می‌کنیم:



$$F_1 = F_2 \Rightarrow G \frac{Mm'}{r_1^2} = G \frac{mm'}{r_2^2}$$

$$\Rightarrow \frac{81m}{r_1^2} = \frac{m}{r_2^2} \Rightarrow r_1 = 9r_2$$

$$\frac{g_h}{g_o} = \left(\frac{R_e}{R_e + h} \right)^2 \Rightarrow \frac{g_h}{9/8} = \left(\frac{6400}{6400 + 6400} \right)^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow g_h = \frac{9/8}{4} \text{ m/s}^2$$

$$W = mg_h = 80 \times \frac{9/8}{4} = 196 \text{ N}$$

طبق قانون اول نیوتن اگر به جسمی به طور هم‌زمان چند نیرو اثر کند و این نیروها اثر یکدیگر را خنثی کنند، به عبارت دیگر برآیند نیروهای وارد بر جسم صفر شود، می‌گوییم نیروهای وارد بر جسم متوازن هستند.

نیرویی که دو نفر به هم وارد می‌کنند باهم برابر است و طبق قانون دوم نیوتن ($F = ma$) شتاب حرکت با جرم نسبت وارون دارد. شخص سبک‌تر با شتاب بیشتری حرکت می‌کند و در زمان مساوی، مسافت بیشتری را طی می‌کند ($\Delta x = \frac{1}{2}at^2$). بنابراین شخص سبک‌تر در فاصله نقطه O تا A به شخص سنگین‌تر خواهد رسید.

$$\uparrow N = mg + ma = 50 + 10 = 60 \text{ N}$$

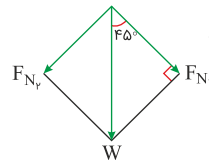
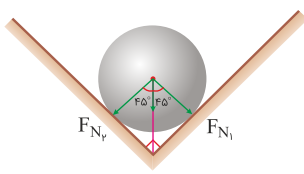
$$\downarrow N' = mg - ma = 50 - 10 = 40 \text{ N}$$

$$N - N' = 60 - 40 = 20 \text{ N}$$

نکته: وقتی بردار شتاب آسانسور رو به بالاست علامت آن مثبت و وقتی رو به پایین است علامت آن منفی است. به طور کلی نیرویی که از کف آسانسور به جسم وارد می‌شود برابر وزن ظاهری جسم بوده و از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$N = mg \pm ma$$

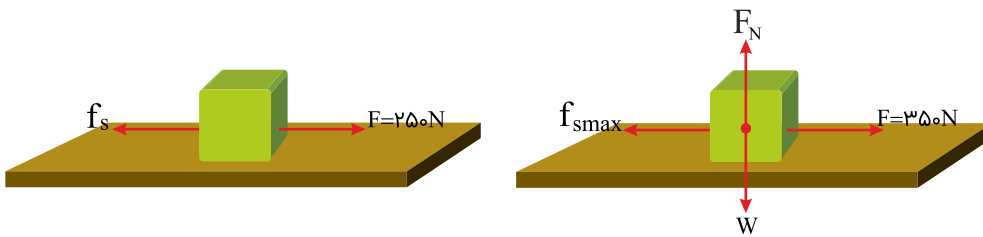
نیروهای F_{N_1} و F_{N_2} به دیواره‌ها عمودند؛ بنابراین چون دیواره‌ها برهم عمودند F_{N_1} و F_{N_2} نیز بر یکدیگر عمودند و هم‌اندازه هستند:



$$\tan 45^\circ = \frac{F_{N_2}}{F_{N_1}} = 1 \Rightarrow F_{N_2} = F_{N_1}$$

$$\cos 45^\circ = \frac{F_{N_1}}{W} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{F_{N_1}}{50} \Rightarrow F_{N_1} = 25\sqrt{2} \text{ N}$$

در صورتی که آسانسور به صورت تندشونده به سمت بالا یا کندشونده به سمت پایین حرکت کند عدد ترازو بیشتر از وزن عدد آن هنگام سکون آسانسور است. به عبارتی هنگامی که بردار شتاب به سمت بالا باشد، عددی که ترازو نشان می‌دهد بیشتر از حالت سکون است.



$$f_s = F = 250 \text{ N}$$

$$\left. \begin{array}{l} f_{s \max} = F = 350 \text{ N} \\ f_{s \max} = \mu_s W \end{array} \right\} \Rightarrow \mu_s \times 500 = 350 \Rightarrow \mu_s = 0.7$$

نکته: نیروی اصطکاک ایستایی f_s فرمول ندارد و اندازه آن با نیروی محرک برابر است.
نیروی اصطکاک آستانه حرکت $f_{s \max}$ هم فرمول دارد و هم اندازه آن با نیروی محرک برابر است.

$$F - f_k = ma \xrightarrow{v=\text{ثابت} \Rightarrow a=0} k\Delta x - f_k = 0$$

$$\Rightarrow 200 \times \frac{5}{100} = \mu_k \cdot F_N \xrightarrow{F_N = mg = 50} 10 = \mu_k \times 50 \Rightarrow \mu_k = 0.2$$

ابتدا بررسی می‌کنیم که جسم حرکت می‌کند یا نه؟

$$f_{s,\max} = \mu_s \cdot F_N = 0/6 \times 60 = 36 \text{ N}$$

جسم ساکن می‌ماند $\Rightarrow mg + F' < f_{s,\max}$

$$\begin{cases} F_N = 60 \text{ N} \\ f_s = mg + F' = 30 \text{ N} \end{cases} \Rightarrow R = \sqrt{60^2 + 30^2} = 30\sqrt{5} \text{ N}$$

با کاهش ۳۰ نیوتنی از مقدار نیروی F ، اندازه F به ۱۰ نیوتن می‌رسد.

$$F - f_k = ma \Rightarrow 10 - 0/5 \times 20 = 2 \times a \Rightarrow a = 0$$

چون شتاب صفر شده است، بنابراین بردار سرعت تغییر نمی‌کند و چون قبل از کاهش نیرو جسم در حال حرکت بوده است با همان سرعت به حرکت خود ادامه می‌دهد.

سؤال ترکیبی از فصل حرکت بر خط راست و فصل دینامیک است. ابتدا از فصل حرکت بر خط راست، شتاب را به دست می‌آوریم (سؤال از کتاب درسی است).

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \xrightarrow{v=0, v_0=36 \text{ km/h}=10 \text{ m/s}} 0 - 10^2 = 2a \times 4 \Rightarrow a = -12/5 \text{ m/s}^2$$

اکنون از فصل دینامیک بزرگی نیروی اصطکاک را به دست می‌آوریم.

$$-f_k = ma \Rightarrow -f_k = 2000 \times (-12/5) \Rightarrow f_k = 24000 \text{ N}$$



با استفاده از رابطه انرژی جنبشی و تکانه ($K = \frac{p^2}{2m}$) داریم:

$$\frac{K_B}{K_A} = \frac{\frac{p_B^2}{2m_B}}{\frac{p_A^2}{2m_A}} \xrightarrow{K_B = \Delta K_B, p_A = p_B} \frac{\Delta K_B}{K_B} = \frac{m_A}{m_B} \Rightarrow \frac{m_A}{m_B} = 5$$

جرم گلوله ثابت است.

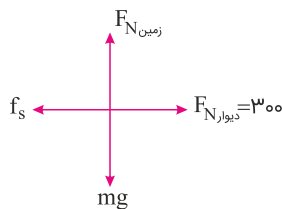
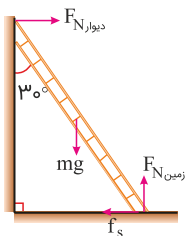
$$p_1 = mv_1 = 20 \text{ kg.m/s}$$

$$p_2 = mv_2 = 22 \text{ kg.m/s}$$

$$\text{درصد افزایش انرژی جنبشی} = \frac{\Delta K}{K_1} \times 100 = \frac{K_2 - K_1}{K_1} \times 100 = \frac{\frac{p_2^2}{2m} - \frac{p_1^2}{2m}}{\frac{p_1^2}{2m}} \times 100 = \frac{p_2^2 - p_1^2}{p_1^2} \times 100$$

$$\Rightarrow \text{درصد افزایش انرژی جنبشی} = \frac{22^2 - 20^2}{20^2} \times 100 = \frac{(22 - 20)(22 + 20)}{400} \times 100 = \frac{84}{400} \times 100 = 21\%$$

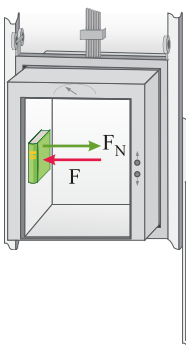
ابتدا نیروهای وارد بر نردبان را رسم می‌کنیم.



$$\begin{cases} f_s = F_{N \text{ دیوار}} = 300 \text{ N} \\ F_{N \text{ زمین}} = mg = 400 \text{ N} \end{cases} \Rightarrow R = \sqrt{f_s^2 + F_{N \text{ زمین}}^2} = 500 \text{ N}$$

گام اول: نیروی F_N را به دست می‌آوریم:

$$F_N = F = 32 \text{ N}$$

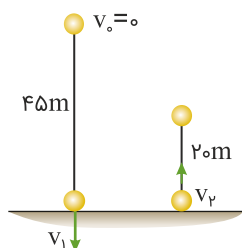


گام دوم: آسانسور در راستای قائم شتاب دارد. نیروی اصطکاک ایستایی باعث شتاب گرفتن کتاب روبه بالا است:

$$f_s - mg = ma \Rightarrow f_s = 2(10 + 2) = 24 \text{ N}$$

گام سوم: نیرویی که دیوارهٔ آسانسور به کتاب وارد می‌کند را محاسبه می‌کنیم:

$$R = \sqrt{F_N^2 + f_s^2} = \sqrt{32^2 + 24^2} = 40 \text{ N}$$



$$v_1 = \sqrt{2gh} \Rightarrow v_1 = \sqrt{2 \times 10 \times 45} = 30 \text{ m/s}$$

$$v_2 = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 10 \times 20} = 20 \text{ m/s}$$

چون v_1 روبه پایین است با علامت منفی و v_2 با علامت مثبت در نظر گرفته می‌شود.

طبق قانون دوم نیوتون و رابطه آن با تغییرات تکانه جسم خواهیم داشت:

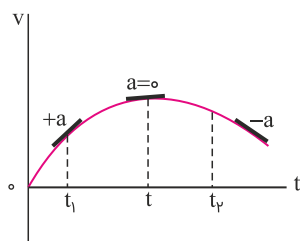
$$F = ma = \frac{m\Delta v}{\Delta t} = \frac{m(v_2 - v_1)}{\Delta t}$$

$$F = \frac{200 \times 10^{-3} (20 - (-30))}{2 \times 10^{-3}} = 5000 \text{ N}$$

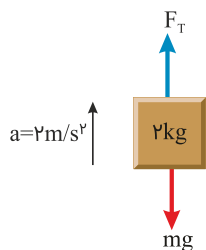
شیب خط مماس بر نمودار $v - t$ برابر با شتاب حرکت است و تغییرات نیروی خالص تابع تغییرات شتاب متحرک است.

$$(F = ma)$$

از t_1 تا t اندازه شتاب در حال کاهش و از t تا t_2 اندازه شتاب در حال افزایش است.



گام اول: در حالت اول که وزنه را به بالا می‌کشیم، نیروی کشش طناب را به دست می‌آوریم:



$$F_T - mg = ma \Rightarrow F_T - 20 = 2 \times 2 \Rightarrow F_T = 24 \text{ N}$$

گام دوم: با دو برابر شدن نیروی کشش طناب، با استفاده از قانون دوم نیوتون، شتاب حرکت جسم را به دست می‌آوریم:



$$2F_T - mg = ma_2 \Rightarrow 2 \times 24 - 20 = 2 \times a_2 \Rightarrow a_2 = 14 \text{ m/s}^2$$

بنابراین شتاب در حالت جدید $\frac{a_2}{a_1} = \frac{14}{2} = 7$ برابر حالت اول است.

گام اول: ابتدا با استفاده از نیروی وزن، جرم توپ را به دست می‌آوریم:

$$W = 4/8 \Rightarrow mg = 4/8 \Rightarrow m \times 10 = 4/8 \Rightarrow m = 0.48 \text{ kg}$$

گام دوم: دو نیروی f_D و W در نقطهٔ اوج بر هم عمودند و برآیند آن‌ها در این نقطه برابر است با:

$$F_{\text{net}} = \sqrt{f_D^2 + W^2} = \sqrt{f_D^2 + 4/8^2}$$

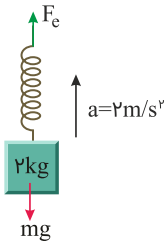
گام سوم: برآیند نیروها را طبق قانون دوم نیوتون برابر با ma قرار می‌دهیم:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow \sqrt{f_D^2 + 4/8^2} = 4/8 \times \frac{65}{6} \Rightarrow \sqrt{f_D^2 + 4/8^2} = 5/2$$

$$f_D^2 = 5/2^2 - 4/8^2 = (5/2 - 4/8)(5/2 + 4/8) = 0.4 \times 10 = 4 \text{ N}$$

$$\Rightarrow f_D = 2 \text{ N}$$

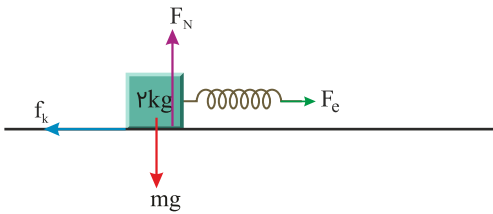
گام اول: در حالت اول باتوجه به قانون دوم نیوتون، ثابت فنر را به دست می‌آوریم:



$$F_e - mg = ma \Rightarrow k\Delta x - mg = ma$$

$$\Rightarrow k \times \left(\frac{۴۲ - ۳۰}{۱۰۰} \right) - ۲۰ = ۲ \times ۲ \Rightarrow k = ۲۰۰ \text{ N/m}$$

گام دوم: قانون دوم نیوتون برای حالت جدید به صورت زیر است:



$$F_N = mg = ۲۰ \text{ N}$$

$$F_e - f_k = ma \Rightarrow k\Delta x - \mu_k F_N = ma$$

$$\Rightarrow ۲۰۰ \times \left(\frac{۳۶ - ۳۰}{۱۰۰} \right) - \mu_k \times ۲۰ = ۲ \times ۲ \Rightarrow \mu_k \times ۲۰ = ۸ \Rightarrow \mu_k = ۰/۴$$

با استفاده از رابطه $k = \frac{P}{\Delta x}$ به صورت نسبیتی، نسبت خواسته شده را به دست می‌آوریم:

$$\frac{k_A}{k_B} = \left(\frac{P_A}{P_B} \right)^2 \times \left(\frac{m_B}{m_A} \right) = \left(\frac{۴}{۳} \right)^2 \times \left(\frac{۵}{۸} \right) = \frac{۱۰}{۹}$$

$$F_{av} = \frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{P_2 - P_1}{t_2 - t_1}$$

$$t_1 = ۳ \text{ s} \Rightarrow P_1 = ۱۵(۳)^2 + ۵ \times ۳ = ۱۵۰ \text{ kgm/s}$$

$$t_2 = ۶ \text{ s} \Rightarrow P_2 = ۱۵(۶)^2 + ۵ \times ۶ = ۵۷۰ \text{ kgm/s}$$

$$F_{av} = \frac{۵۷۰ - ۱۵۰}{۶ - ۳} = ۱۴۰ \text{ N}$$

با استفاده از رابطه $K = \frac{1}{2}mv^2$ و رابطه $P = mv$ داریم.

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow K = \frac{1}{2}(mv) \times v \xrightarrow{P=mv} K = \frac{Pv}{2} = \frac{Pmv}{2m} = \frac{P^2}{2m}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{تکانه : } p = mv \\ \text{انرژی جنبشی : } K = \frac{1}{2}mv^2 \end{array} \right\} \Rightarrow K = \frac{p^2}{2m}$$

در رابطه تکانه و انرژی جنبشی، K باید برحسب ژول (J) باشد.

$$\frac{[J]}{[e]} = [eV] \Rightarrow 1/8 eV = 1/8 \times 1/6 \times 10^{-19}$$

$$1/8 \times 1/6 \times 10^{-19} = \frac{p^2}{2 \times 9 \times 10^{-31}} \Rightarrow p^2 = 18 \times 1/8 \times 1/6 \times 10^{-50}$$

$$\Rightarrow p = 72 \times 10^{-26} \Rightarrow p = 7/2 \times 10^{-25} \text{ kg.m/s}$$

برای آنکه صندوق نلغزد، باید نیروی حاصل از ترمز با نیروی اصطکاک آستانه حرکت آن برابر باشد.



$$f_{s \max} = F \Rightarrow \mu_s mg = ma \Rightarrow a_{\max} = \mu_s g = 2/5 \text{ m/s}^2$$

$$\text{مسافت کامیون تا توقف : } \Delta x_{\min} = \frac{|v^2 - v_0^2|}{2a_{\max}} = \frac{15^2}{2 \times 2/5} = 45 \text{ m}$$

راه حل اول:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{2}{5} \text{ m/s}^2$$

$$x = \frac{1}{2}at^2 + x_0 \Rightarrow \Delta x = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow \begin{cases} \Delta x_1 = \frac{1}{2} \times \frac{2}{5} \times (1)^2 = 0.2 \\ \Delta x_2 = \frac{1}{2} \times \frac{2}{5} \times (2)^2 = 0.8 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta x = \Delta x_2 - \Delta x_1 = 0.8 - 0.2 = 0.6$$

جابه‌جایی همواره در جهت نیروی برآیند است:

$$W = F d \cos \theta = 2 \times 0.6 = 1.2 \text{ J}$$

راه حل دوم:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{2}{5} \text{ m/s}^2$$

از فرمول زیر می‌توانیم برای محاسبه جابه‌جایی استفاده کنیم:

$$x = \frac{1}{2}a(2n-1) + v_0 = \frac{1}{2} \times \frac{2}{5}(2 \times 2 - 1) = \frac{3}{5} \text{ m}$$

جابه‌جایی همواره در جهت نیروی برآیند است:

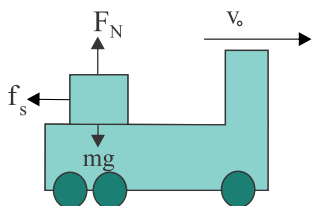
$$W = F d \cos \theta = 2 \times \frac{3}{5} = 1.2 \text{ J}$$

چون اصطکاک وجود ندارد و گلوله‌ها از حال سکون رها شده‌اند، برای هر گلوله انرژی پتانسیل گرانشی و انرژی جنبشی آن، هنگام رسیدن به زمین برابر است.

$$U = K \Rightarrow mgh = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{2gh}$$

بنابراین سرعت گلوله‌ها در لحظه رسیدن به زمین به جرم آن‌ها بستگی ندارد و فقط به ارتفاع و شتاب گرانش بستگی دارد که برای هر سه گلوله یکسان است؛ پس بزرگی سرعت هر سه گلوله در لحظه رسیدن به زمین یکسان است.

حداقل مسافتی که کامیون می‌تواند برای توقف طی کند معادل است با حداکثر شتابی که برای توقف می‌تواند داشته باشد به طوری که جعبه نلغزد. به این ترتیب جعبه در آستانه حرکت قرار می‌گیرد اما حرکتی ندارد. در این حالت شتاب جعبه همان شتاب حداکثری کامیون در موقع متوقف شدن، است. شکل زیر نیروهای وارد بر جعبه را نشان می‌دهد:



قانون دوم نیوتن را برای جعبه می‌نویسیم:

$$f_{s\max} = ma_{\max} \Rightarrow \mu_s F_N = ma_{\max} \Rightarrow \mu_s g = a_{\max} \Rightarrow a_{\max} = \mu_s g = 0.5 \times 10 = 5 \text{ m/s}^2$$

اکنون با داشتن حداکثر شتاب جعبه و کامیون، از معادله مستقل از زمان برای کامیون تا لحظه توقف، داریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a_{\max}\Delta x \Rightarrow 0 - (72 \times \frac{10}{36})^2 = 2(-5)\Delta x \Rightarrow -400 = -10\Delta x \Rightarrow \Delta x = 40 \text{ m}$$

گام اول

الف) فنری با ثابت $k = 50 \text{ N/m} \leftarrow 50 \text{ N/m}$

ب) به وزنه‌ای به جرم 5 kg بسته‌ایم $\leftarrow m = 5 \text{ kg}$

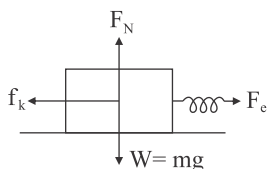
ج) آن را با سرعت ثابت روی سطح افقی می‌کشیم $\leftarrow a = 0$

د) 10 سانتی‌متر افزایش طول پیدا کند $\leftarrow x = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m}$

ه) ضریب اصطکاک جنبشی چقدر است؟ $\leftarrow \mu_k = ?$

گام دوم

برای به دست آوردن μ_k باید F_N و f_k را به دست بیاوریم. قانون دوم نیوتون را در راستای افقی و قائم نوشته و در نهایت ضریب اصطکاک جنبشی را محاسبه می‌کنیم:



$$\sum F_y = 0 \Rightarrow F_N - mg = 0 \Rightarrow F_N = mg = 5 \times 10 = 50 \text{ N}$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow F_e - f_k = 0 \Rightarrow F_e = f_k \quad (*)$$

$$\begin{cases} f_k = \mu_k \cdot F_N \\ F_e = k \cdot x \end{cases} \xrightarrow{(*)} kx = \mu_k \cdot F_N \Rightarrow 50 \times 0.1 = \mu_k \times 50 \Rightarrow \mu_k = 0.1$$

گام اول

الف) در نقطه‌ای که فاصله‌اش تا سطح زمین nR_e برابر شعاع زمین است. $h = nR_e \leftarrow$

ب) شتاب گرانش، $\frac{1}{r}$ شتاب گرانش در روی زمین است. $\frac{g_h}{g} = \frac{1}{r} \leftarrow$

ج) n کدام است؟ $\leftarrow n = ?$

گام دوم

باتوجه به رابطه شتاب گرانش در فاصله r از سطح زمین ($g = G \frac{M_e}{r^2}$) داریم:

$$\begin{cases} r = R_e \Rightarrow g = G \frac{M_e}{R_e^2} \\ r' = R_e + h \Rightarrow g_h = G \frac{M_e}{(R_e + h)^2} \end{cases} \Rightarrow \frac{g_h}{g} = \frac{\frac{GM_e}{(R_e + h)^2}}{\frac{GM_e}{R_e^2}} \Rightarrow \frac{1}{r} = \frac{R_e^2}{(R_e + h)^2} \frac{1}{r} = \frac{R_e^2}{(R_e + nR_e)^2}$$

$$\xrightarrow{h=nR_e} \frac{1}{r} = \frac{R_e^2}{R_e^2(1+n)^2} \Rightarrow \frac{1}{r} = \frac{1}{1+n} \Rightarrow 1+n=2 \Rightarrow n=1$$

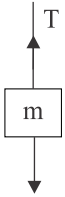
گام اول

الف) اگر اندازه نیروی کشش نخ $\frac{1}{3}W$ وزن جسم باشد $\leftarrow T = \frac{W}{3}$

ب) اندازه شتاب حرکت جسم چند برابر شتاب گرانش است؟ $\leftarrow \frac{|a|}{g} = ?$

گام دوم

کافی است نیروهای وارد بر جسم m را رسم کرده و با استفاده از قانون دوم نیوتن شتاب آن را به دست آوریم:



$$\sum F = ma \Rightarrow W - T = ma \xrightarrow{T=\frac{W}{3}} mg - \frac{mg}{3} = ma \Rightarrow a = \frac{2g}{3}$$

گام اول

(الف) دو وزنه A و B با سرعت اولیه یکسان $(v_0)_A = (v_0)_B \leftarrow$

(ب) جرم وزنه A نصف جرم وزنه B $m_A = \frac{1}{2} m_B \leftarrow$

(ج) ضریب اصطکاک وزنه A دو برابر ضریب اصطکاک وزنه B $\mu_{kA} = 2\mu_{kB} \leftarrow$

(د) مسافتی که وزنه A طی می‌کند تا بایستد، چندبرابر مسافتی است که وزنه B طی می‌کند تا بایستد؟ $\frac{d_A}{d_B} = ? \leftarrow$

گام دوم

باتوجه به اینکه به دو وزنه در راستای افقی فقط نیروی اصطکاک وارد می‌شود، با کمک قانون دوم نیوتن و معادله مستقل از زمان داریم:

$$\Sigma F_A = m_A a_A \Rightarrow -f_{kA} = m_A a_A \Rightarrow \mu_{kA} \times F_{NA} = m_A a_A \Rightarrow \mu_{kA} m_A g = m_A a_A \\ \Rightarrow a_A = \mu_{kA} g \quad (I)$$

$$\Sigma F_B = m_B a_B \Rightarrow -f_{kB} = m_B a_B \Rightarrow \mu_{kB} \times F_{NB} = m_B a_B \Rightarrow \mu_{kB} m_B g = m_B a_B \\ \Rightarrow a_B = \mu_{kB} g \quad (II)$$

$$A \text{ وزنه: } \cancel{v_A^0} - (v_0)_A^v = 2a_A d_A \Rightarrow d_A = \frac{-(v_0)_A^v (I)}{2a_A} = \frac{-(v_0)_A^v}{2\mu_{kA} g}$$

$$B \text{ وزنه: } \cancel{v_B^0} - v_0^v = 2a_B d_B \Rightarrow d_B = \frac{-v_0^v (II)}{2a_B} = \frac{-v_0^v}{2\mu_{kB} g}$$

$$\div \rightarrow \frac{d_A}{d_B} = \frac{\frac{-(v_0)_A^v}{2\mu_{kA} g}}{\frac{-v_0^v}{2\mu_{kB} g}} \Rightarrow \frac{d_A}{d_B} = \frac{\mu_{kB}}{\mu_{kA}} = \frac{1}{2}$$

گام اول

(الف) جسمی به جرم $0.5 \text{ kg} \leftarrow 0.5 \text{ kg}$

(ب) نیروی متوسط وارد بر جسم در بازه $t_1 = 5 \text{ s}$ تا $t_2 = 7 \text{ s}$ چند نیوتن است؟ $\Delta t = 2 \text{ s}, \vec{F} = ? \leftarrow$

گام دوم

تکانه را در لحظات t_1 و t_2 محاسبه کرده و در رابطه $\vec{F}_{av} = \frac{\Delta p}{\Delta t}$ جایگذاری می‌کنیم:

$$p = t^v - 10t + 20$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t_1 = 5 \text{ s: } p_1 = (5)^v - 10(5) + 20 = -5 \text{ kg.m/s} \\ t_2 = 7 \text{ s: } p_2 = (7)^v - 10(7) + 20 = -1 \text{ kg.m/s} \end{cases}$$

$$\vec{F}_{av} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{p_2 - p_1}{t_2 - t_1} = \frac{(-1) - (-5)}{2} = 2 \text{ N}$$

گام اول

- الف) جسمی به جرم ۵۰ گرم $\leftarrow m = ۵۰\text{ g} = ۰/۰۵\text{ kg}$
- ب) از ارتفاع ۶۰ متری رها می‌شود $\leftarrow v_0 = ۰$, $h = ۶۰\text{ m}$
- ج) در لحظه‌ای، سرعت آن به ۱۴ m/s می‌رسد $\leftarrow v_1 = ۱۴\text{ m/s}$: t_1
- د) یک ثانیه پس‌از آن، سرعت جسم به ۲۳ m/s می‌رسد $\leftarrow v_2 = ۲۳\text{ m/s}$: $t_2 = t_1 + ۱$
- هـ) تغییر تکانهٔ جسم در این یک ثانیه چند کیلوگرم متر بر ثانیه است؟ $\leftarrow \Delta p = ?\text{ kg.m/s}$

گام دوم

با استفاده از رابطهٔ $\Delta p = m\Delta v$ ، تغییر تکانه را در این بازه به دست می‌آوریم:

$$\Delta p = m\Delta v = \frac{۵}{۱۰۰} (۲۳ - ۱۴) = \frac{۹}{۲۰}\text{ kg.m/s}$$

گام اول

- الف) جسمی به جرم $۰/۵\text{ kg}$ $\leftarrow m = ۰/۵\text{ kg}$
- ب) اگر سرعت جسم در مبدأ زمان $\vec{v} = ۲\vec{i} + \vec{j}$ $\leftarrow \vec{v}_1 = ۲\vec{i} + \vec{j}$, $t = ۰$
- ج) سرعت آن در لحظه $t = ۲\text{ s}$ چند متر بر ثانیه است؟ $\leftarrow v_2 = ?$, $t = ۲\text{ s}$

گام دوم

با استفاده از رابطه‌های $\vec{F}_{\text{net}} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$ و $\Delta \vec{p} = m\Delta \vec{v}$ ، سرعت در لحظهٔ $t = ۲\text{ s}$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} \vec{F} \Delta t = \Delta \vec{p} \\ \Delta \vec{p} = m\Delta \vec{v} \end{cases} \Rightarrow \vec{F} \Delta t = m\Delta \vec{v}$$

$$\begin{cases} \vec{F} \Delta t = m\Delta \vec{v} \\ \vec{F} = \vec{i} - \frac{1}{\sqrt{2}}\vec{j} \\ \Delta t = t_2 - t_1 = ۲\text{ s} \end{cases} \Rightarrow \left(\vec{i} - \frac{1}{\sqrt{2}}\vec{j}\right) \times ۲ = \frac{1}{\sqrt{2}} \times (\vec{v}_2 - ۲\vec{i} - \vec{j}) \Rightarrow \vec{v}_2 = ۶\vec{i} - \vec{j}$$

$$\Rightarrow |\vec{v}_2| = \sqrt{(۶)^2 + (-۱)^2} = \sqrt{۳۷}\text{ m/s}$$

گام اول

- الف) گلوله‌ای به جرم $m = ۰/۲ \text{ kg} \leftarrow ۰/۲ \text{ kg}$
- ب) زمان تأثیر نیرو برابر با $۰/۱$ ثانیه $\leftarrow \Delta t = ۰/۱ \text{ s}$
- ج) بزرگی نیرو چند نیوتن است؟ $\leftarrow |\vec{F}_{\text{net}}| = ?$

گام دوم

باتوجه به رابطه $\vec{F}_{\text{net}} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$ ، ابتدا تغییرات تکانه را به دست می‌آوریم و در نهایت بزرگی نیرو را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} \Delta \vec{p} = m \Delta \vec{v} \\ \vec{v}_1 = ۱۰\vec{i} - ۸\vec{j} \Rightarrow \Delta \vec{p} = ۰/۲ \times (\vec{v}_2 - \vec{v}_1) = -۰/۸\vec{i} + ۰/۶\vec{j} \\ \vec{v}_2 = ۶\vec{i} - ۵\vec{j} \end{cases}$$

$$\vec{F}_{\text{net}} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} \Rightarrow \vec{F}_{\text{net}} = \frac{-۰/۸\vec{i} + ۰/۶\vec{j}}{۰/۱} = -۸\vec{i} + ۶\vec{j} \Rightarrow |\vec{F}_{\text{net}}| = \sqrt{(-۸)^2 + (۶)^2} = ۱۰ \text{ N}$$

گام اول

- الف) در یک تصادف سرعت اتومبیل از ۵۴ km/h به صفر می‌رسد. $v_2 = ۰ \leftarrow v_1 = ۵۴ \text{ km/h} = ۱۵ \text{ m/s}$
- ب) زمان این حرکت کندشونده، $۰/۳ \text{ s} \leftarrow t = ۰/۳ \text{ s}$
- ج) مسافری به جرم $m = ۶۰ \text{ kg} \leftarrow ۶۰ \text{ kg}$
- د) بزرگی نیروی متوسط کمر بند ایمنی به مسافر تا به جلو پرت نشود؟ $\leftarrow |\vec{F}_{\text{av}}| = ?$

گام دوم

روش اول:

با استفاده از روابط تکانه، زیر داریم:

$$\Delta p = m \Delta v = ۶۰ \times ۱۵$$

$$F_{\text{av}} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{۶۰ \times ۱۵}{۰/۳} = ۳۰۰۰ \text{ N}$$

روش دوم:

نیروی که باعث پرت شدن مسافر به جلو می‌شود همان نیرویی است که شتاب متوقف‌کننده اتومبیل را به وجود می‌آورد. ابتدا با استفاده از معادله سرعت-زمان، شتاب حرکت کند شونده را به دست می‌آوریم:

$$v_2 = at + v_1 \Rightarrow ۰ = a \times ۰/۳ + ۱۵ \Rightarrow a = -۵۰ \text{ m/s}^2$$

حالا به کمک قانون دوم نیوتن، نیرویی را که کمر بند باید به این مسافر وارد کند، تا به جلو پرت نشود، محاسبه می‌کنیم:

$$\left| \sum F \right| = m |a| \Rightarrow |\vec{F}_{\text{av}}| = ۶۰ \times |-۵۰| = ۳۰۰۰ \text{ N}$$

گام اول

الف) جسمی به جرم $2\text{ kg} \leftarrow m = 2\text{ kg}$

ب) با سرعت $m/s \leftarrow v_1 = 5\text{ m/s}$

ج) نیروی افقی $F = 3\text{ N}$ در جهت حرکت به مدت ۴ ثانیه بر جسم وارد می‌شود. $\Delta t = 4\text{ s}$, $F = 3\text{ N}$

د) تکانهٔ جسم چند kg.m/s می‌شود؟ $p_2 = ?\text{ kg.m/s}$

گام دوم

ابتدا به کمک قانون دوم نیوتن شتاب حرکت در مدت ۴ ثانیه را به دست آورده و با توجه به معادلهٔ سرعت زمان، سرعت در پایان این مدت را محاسبه می‌کنیم تا تکانهٔ نهایی جسم به دست آید:

$$\sum F = ma \Rightarrow 3 = 2 \times a \Rightarrow a = 1.5\text{ m/s}^2$$

$$v_2 = at + v_1 \Rightarrow v_2 = \frac{3}{2} \times 4 + 5 = 11\text{ m/s}$$

$$p_2 = mv_2 = 2 \times 11 = 22\text{ kg.m/s}$$

گام اول

الف) تکانهٔ جسم A برابر با تکانهٔ جسم B $p_A = p_B \leftarrow$

ب) اگر جرم جسم A دو برابر جرم جسم B باشد. $m_A = 2m_B \leftarrow$

ج) انرژی جنبشی A چند برابر انرژی جنبشی جسم B است؟ $\frac{K_A}{K_B} = ? \leftarrow$

گام دوم

با توجه به رابطهٔ $p = mv$ و $K = \frac{1}{2}mv^2$ ، نسبت انرژی جنبشی A به انرژی جنبشی B را محاسبه می‌کنیم:

$$p_A = p_B \Rightarrow m_A v_A = m_B v_B \Rightarrow 2m_B v_A = m_B v_B \Rightarrow v_B = 2v_A$$

$$\frac{K_A}{K_B} = \frac{\frac{1}{2}m_A v_A^2}{\frac{1}{2}m_B v_B^2} = \frac{2m_B}{m_B} \times \left(\frac{v_A}{v_B}\right)^2 = 2 \times \left(\frac{v_A}{2v_A}\right)^2 = 2 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

گام اول

الف) دو گلوله A و B تکانه یکسانی دارند. $p_A = p_B \Rightarrow m_A v_A = m_B v_B \leftarrow$

ب) جرم گلوله B، سه برابر جرم گلوله A $m_B = 3m_A \leftarrow$

ج) انرژی جنبشی گلوله A برابر با ۱۸J $K_A = 18J \leftarrow$

د) انرژی جنبشی گلوله B ؟ $K_B = ? \leftarrow$

گام دوم

با استفاده از نسبت $\frac{K_A}{K_B}$ می‌توانیم انرژی جنبشی گلوله B را پیدا کنیم، ولی قبل از آن باید نسبت $\frac{v_A}{v_B}$ را به دست بیاوریم:

$$m_A v_A = m_B v_B \Rightarrow m_A v_A = 3m_A v_B \Rightarrow v_A = 3v_B$$

$$\frac{K_A}{K_B} = \frac{\frac{1}{2}m_A v_A^2}{\frac{1}{2}m_B v_B^2} \Rightarrow \frac{18}{K_B} = \frac{m_A}{3m_A} \times \left(\frac{3v_B}{v_B}\right)^2 \Rightarrow \frac{18}{K_B} = \frac{1}{3} \times 9 \Rightarrow K_B = 6J$$

گام اول

الف) با ثابت ماندن جرم $m_1 = m_2 = m \leftarrow$

ب) انرژی جنبشی ۷۵ درصد کاهش می‌یابد. $K_2 = K_1 - \frac{75}{100}K_1 = \frac{1}{4}K_1 \leftarrow$

ج) اندازه تکانه چند درصد کاهش می‌یابد؟ $\frac{(p_1 - p_2)}{p_1} \times 100 = ? \leftarrow$

گام دوم

ابتدا با توجه به رابطه $K_2 = \frac{1}{4}K_1$ و اینکه جرم ثابت می‌ماند، نسبت سرعت‌ها را به دست می‌آوریم:

$$K_2 = \frac{1}{4}K_1 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{1}{4} \times \frac{1}{2}mv_1^2 \Rightarrow v_2 = \frac{1}{2}v_1$$

درنتیجه درصد کاهش یافته اندازه تکانه برابر است با:

$$p = mv$$

$$\frac{p_1 - p_2}{p_1} \times 100 = \left(1 - \frac{p_2}{p_1}\right) \times 100 = \left(1 - \frac{mv_2}{mv_1}\right) \times 100 = \left(1 - \frac{1}{2}\right) \times 100 = 50\%$$

گام اول

الف) جسمی به جرم ۴ kg با سرعت $۱۰\text{ m/s} \leftarrow ۱۰\text{ m/s}$ ، $m = ۴\text{ kg}$ ، $v_1 = ۱۰\text{ m/s}$

ب) با تغییر سرعت جسم، انرژی جنبشی آن ۹ برابر می شود \leftarrow جرم ثابت می ماند و $\frac{K_2}{K_1} = ۹$

ج) بزرگی تکانه آن چقدر افزایش می یابد؟ $\leftarrow \Delta p = ?$

گام دوم

طبق رابطه $K_2 = ۹K_1$ ، سرعت ثانویه را به دست آورده و در نهایت بزرگی تغییرات تکانه را محاسبه می کنیم:

$$K_2 = ۹K_1 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_2^2 = ۹ \frac{1}{2}mv_1^2 \Rightarrow v_2^2 = ۹ \times (۱۰)^2 \Rightarrow v_2 = \pm ۳۰\text{ m/s}$$

باتوجه به اینکه مقدار افزایش تکانه را از ما خواسته، پس مقدار سرعت نیز افزایش یافته است $(v_2 = +۳۰\text{ m/s})$:

$$\Delta p = m\Delta v = ۴ \times (۳۰ - ۱۰) = ۸۰\text{ kg.m/s}$$

گام اول

الف) انرژی جنبشی یک دونه ۴۰ کیلوگرمی با انرژی جنبشی یک گلوله ۱۰۰ گرمی برابر است

$$\begin{cases} m_1 = ۴۰\text{ kg} \\ m_2 = ۱۰۰\text{ g} = ۰/۱\text{ kg} \end{cases}, K_1 = K_2 \leftarrow$$

ب) بزرگی تکانه دونه چندبرابر بزرگی تکانه گلوله است. $\leftarrow \frac{p_1}{p_2} = ?$

گام دوم

ابتدا با استفاده از داده مسئله یعنی $K_1 = K_2$ نسبت سرعت دونه به سرعت گلوله را به دست آورده تا در نهایت، نسبت بزرگی تکانه آن ها را بیابیم:

$$K_1 = K_2 \Rightarrow \frac{1}{2}m_1v_1^2 = \frac{1}{2}m_2v_2^2 \Rightarrow ۴۰ \times v_1^2 = \frac{1}{۱۰} \times v_2^2 \Rightarrow \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^2 = \frac{1}{۴۰۰} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{1}{۲۰}$$

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{m_1v_1}{m_2v_2} = \frac{۴۰}{۰/۱} \times \frac{1}{۲۰} = ۲۰$$

گام اول

الف) تکانه اتومبیلی به جرم ۱ تن با تکانه اتومبیلی به جرم ۵ تن برابر است. $\leftarrow p_1 = p_2$, $\begin{cases} m_1 = 1 \text{ ton} \\ m_2 = 5 \text{ ton} \end{cases}$

ب) انرژی جنبشی کامیون چند برابر انرژی جنبشی اتومبیل است؟ $\leftarrow \frac{K_2}{K_1} = ?$

گام دوم

با توجه به اینکه تکانه اتومبیل با تکانه کامیون برابر است. نسبت سرعت‌های آن‌ها را حساب کرده تا در نهایت نسبت انرژی جنبشی کامیون به انرژی جنبشی اتومبیل را به دست آوریم:

$$p_1 = p_2 \Rightarrow m_1 v_1 = m_2 v_2 \Rightarrow v_1 = 5 v_2 \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{1}{5}$$

$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{\frac{1}{2} m_2 v_2^2}{\frac{1}{2} m_1 v_1^2} = \frac{5}{1} \times \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^2 = \frac{5}{1} \times \left(\frac{1}{5} \right)^2 = \frac{1}{5}$$

گام اول

الف) جرم جسمی $2 \text{ kg} \leftarrow m = 2 \text{ kg}$

ب) سرعت آن به اندازه $\lambda \text{ m/s}$ افزایش یابد. $\leftarrow v_2 = v_1 + \lambda$

ج) انرژی جنبشی آن ۴ برابر می‌شود $\leftarrow K_2 = 4 K_1$

گام دوم

ابتدا با استفاده از نسبت $\frac{K_2}{K_1} = 4$ سرعت اولیه را حساب کرده و در نهایت طبق رابطه $P = mv$ ، تکانه جسم را قبل از افزایش سرعت می‌یابیم:

$$\frac{K_2}{K_1} = 4 \Rightarrow \frac{\frac{1}{2} m v_2^2}{\frac{1}{2} m v_1^2} = 4 \Rightarrow \left(\frac{v_1 + \lambda}{v_1} \right)^2 = 4$$

$$\Rightarrow \frac{v_1 + \lambda}{v_1} = 2 \Rightarrow v_1 = \lambda \text{ m/s}$$

$$p_1 = m v_1 = 2 \times \lambda = 16 \text{ kg.m/s}$$

الف) یک جسم ۴۰۰ گرمی $\leftarrow m = ۴۰۰g = ۰/۴kg$
 ب) در لحظه $t = ۲s$ اندازه سرعت چند متر بر ثانیه است؟ $\leftarrow v_{(t=۲)}?$

با توجه به رابطه $\vec{p} = m\vec{v}$ ابتدا در لحظه $t = ۲s$ بردار سرعت و سپس اندازه آن را محاسبه می‌کنیم:

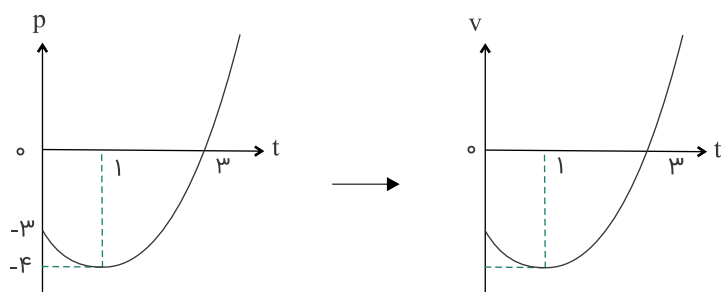
$$\vec{p} = ۶t\vec{i} + ۴t^۲\vec{j} \xrightarrow{t=۲s} \vec{p} = ۱۲\vec{i} + ۱۶\vec{j} \xrightarrow{\vec{p}=m\vec{v}} ۱۲\vec{i} + ۱۶\vec{j} = ۰/۴ \times \vec{v}$$

$$\Rightarrow \vec{v} = ۳۰\vec{i} + ۴۰\vec{j} \Rightarrow |\vec{v}| = \sqrt{(۳۰)^۲ + (۴۰)^۲} = ۵۰ m/s$$

باتوجه به رابطه $\vec{p} = m\vec{v}$ تکانه هم‌جهت و متناسب با سرعت است. بنابراین شکل کلی نمودارشان، همانند یکدیگر است. پس نمودار سرعت زمان آن به صورت زیر است:

p	-۴	۰	-۳
t	۱	۳	۰

$$p = t^۲ - ۲t - ۳ \Rightarrow p' = ۲t - ۲ \Rightarrow t = ۱s \text{ راس سهمی}$$

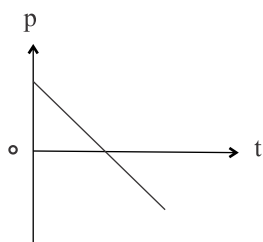
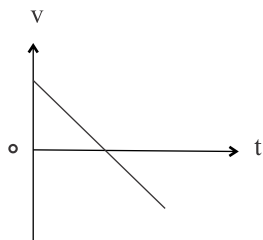


باتوجه به نمودار سرعت زمان حرکت از لحظه $t = ۰$ تا $t = ۳s$ ابتدا تندشونده و سپس کندشونده است.

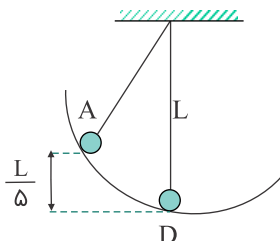
نمودار تغییرات تکانه با نمودار سرعت زمان یکسان است؛ زیرا تکانه حاصل ضرب جرم در سرعت است و جرم مقدار ثابتی است:

$$P = mv$$

از آنجا که شتاب ثابت است، سرعت تا رسیدن به نقطه اوج مثبت و در حال کاهش است تا به صفر برسد. سپس منفی و روبه افزایش خواهد بود تا گلوله به زمین اصابت نماید.



با استفاده از قضیه پایستگی انرژی مکانیکی داریم:



$$U_D + K_D = U_A + K_A$$

$$Mgh_D + \frac{1}{2}Mv_D^2 = Mgh_A + \frac{1}{2}Mv_A^2$$

$$v_D^2 - v_A^2 = -2g(h_D - h_A)$$

$$v_D^2 - 0 = 2g\left(\frac{L}{5}\right) \Rightarrow v_D = \sqrt{\frac{2}{5}gL}$$

$$P_D = Mv_D = M\sqrt{\frac{2}{5}gL} = \sqrt{\frac{2}{5}M^2gL}$$

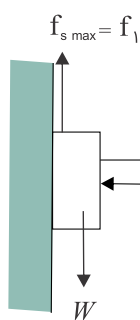
در مدت زمانی که آسانسور با سرعت ثابت حرکت کرده، سرعت شخص ثابت و شتاب برابر صفر است. بنابراین با استفاده از قانون دوم نیوتن و رابطه کار خواهیم داشت:

$$\sum F = ma \Rightarrow F_N - mg = 0 \Rightarrow F_N = Mg = (70 + 5) \times 10 = 750 \text{ N}$$

$$W_{F_N} = Nd \cos \theta \xrightarrow{\theta=0, d=6\text{m}} W_{F_N} = 750 \times 6 \times 1 = 4500 \text{ J}$$

حالت اول:

هنگامی که با نیروی افقی F_1 در آستانه حرکت قرار می‌گیرد، جسم در حالت تعادل است و در هیچ راستایی، حرکت نداریم؛ پس داریم:



$$\sum F_x = 0 \Rightarrow F_1 = F_{N_1}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow f_{s \max} = W \Rightarrow f_1 = W \text{ (I)}$$

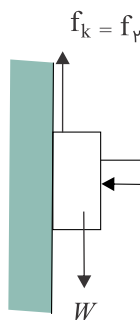
حالت دوم:

هنگامی که با نیروی افقی F_2 با سرعت ثابت به طرف پایین می‌لغزد، چون شتاب حرکت برابر صفر است، داریم:

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow F_2 = F_{N_2}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow f_k = W \Rightarrow f_2 = W \text{ (II)}$$

$$\xrightarrow{\text{(I),(II)}} f_1 = f_2$$



$$f_1 = f_2 \Rightarrow \mu_s F_{N_1} = \mu_k F_{N_2} \xrightarrow{\frac{F_{N_1}=F_1}{F_{N_2}=F_2}} \mu_s F_1 = \mu_k F_2$$

$$\xrightarrow{\mu_s > \mu_k} F_1 < F_2$$

پس گزینه "۳" صحیح است.

گام اول

الف) جسم از حال سکون $\leftarrow v_0 = 0$

ب) تحت نیروی ثابت \leftarrow شتاب ثابت

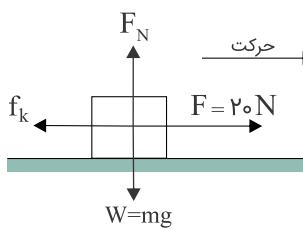
ج) بعد از ۳ ثانیه نخ بسته شده به جسم پاره می شود $\leftarrow t = 3s$ ، تنها نیرویی که به جسم وارد می شود از این به بعد، نیروی اصطکاک است.

د) کل مسافتی که جسم از شروع حرکت تا لحظه ایستادن طی می کند چند متر است؟ $\leftarrow \Delta x = ?$, $v = 0$

گام دوم

حرکت جسم از دو بخش تشکیل شده است. بخش اول حرکت با شتاب ثابت تحت تأثیر نیروهای $F = 20N$ و نیروی اصطکاک و بخش دوم، حرکت با شتاب ثابت (کند شونده) تحت تأثیر نیروی اصطکاک. پس باید مقدار مسافت طی شده در هر بخش را با استفاده از معادله مکان آن به دست آوریم:

(بخش اول)

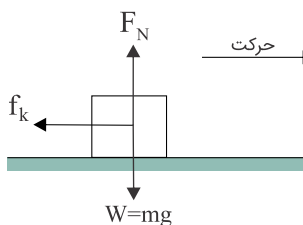


$$\sum F_y = 0 \Rightarrow F_N - mg = 0 \Rightarrow F_N = mg = 4 \times 10 = 40N$$

$$\sum F_x = ma \Rightarrow F - f_k = ma \xrightarrow{f_k = \mu_k \cdot F_N} 20 - \frac{3}{10} \times 40 = 4 \times a \Rightarrow a = 2m/s^2$$

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t = \frac{1}{2} \times 2 \times (3)^2 + 0 = 9m$$

بخش دوم) ابتدا سرعت در لحظه $t = 3s$ ، (لحظه اولیه بخش دوم) را به دست آورده و در نهایت شتاب و جابه جایی را محاسبه می کنیم:



$$v_0' = at + v_0 \rightarrow v_0' = 2 \times 3 + 0 = 6m/s$$

$$\sum F_x' = ma' \Rightarrow 0 - f_k = ma' \Rightarrow -\frac{3}{10} \times 40 = 4 \times a' \Rightarrow a' = -3m/s^2$$

با توجه به معادله مستقل از زمان داریم:

$$v^2 - v_0'^2 = 2a'\Delta x' \Rightarrow 0 - (6)^2 = 2 \times -3 \times \Delta x' \Rightarrow \Delta x' = 6m$$

در نهایت جابه جایی کل برابر است با:

$$\Delta x_T = \Delta x + \Delta x' = 9 + 6 = 15m$$

گام اول

الف) جسمی به جرم $۴\text{ kg} \leftarrow m = ۴\text{ kg}$

ب) با ضریب اصطکاک جنبشی $\frac{۱}{۴} \leftarrow \mu_k = \frac{۱}{۴}$

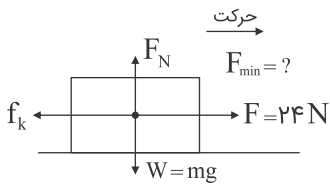
ج) جسم را با نیروی ۴۰ نیوتون می کشیم $\leftarrow F = ۴۰\text{ N}$

د) جسم در جهت نیرو حرکت می کند $\leftarrow F > f_k$

ه) این نیرو را حداکثر چند نیوتون می توانیم کاهش دهیم، بدون اینکه سرعت جسم کاهش یابد؟ $\leftarrow F - F_{\min} = ?$, $a = ۰$

گام دوم

باتوجه به اینکه شتاب برابر صفر است، داریم:



$$\sum F_x = 0 \Rightarrow F_{\min} - f_k = 0 \Rightarrow F_{\min} = f_k$$

از طرفی نیروی اصطکاک از رابطه زیر به دست می آید:

$$\begin{cases} f_k = \mu_k \times F_N \\ F_N = mg \end{cases} \Rightarrow f_k = \frac{1}{4} \times 4 \times 10 = 10\text{ N} \Rightarrow F_{\min} = 10\text{ N}$$

درنتیجه حداکثر میزان نیرویی که ما می توانیم کاهش دهیم بدون اینکه سرعت کم شود، برابر است با:

$$F - F_{\min} = ۴۰ - ۱۰ = ۳۰\text{ N}$$

گام اول

الف) جسمی به جرم $۶\text{ kg} \leftarrow m = ۶\text{ kg}$

ب) روی یک سطح افقی قرار دارد $\leftarrow v_o = 0$

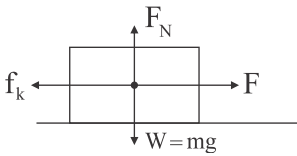
ج) اگر به جسم نیروی افقی ۲۴ نیوتونی وارد کنیم $\leftarrow F = ۲۴\text{ N}$

د) شتاب حرکت ۳ m/s^2 می شود $\leftarrow a = ۳\text{ m/s}^2$

ه) ضریب اصطکاک لغزشی بین سطح و جسم کدام است؟ $\leftarrow \mu_k = ?$

گام دوم

قانون دوم نیوتن را برای جسم در دو راستای قائم و افقی نوشته و با استفاده از معادله $f_k = \mu_k \times F_N$ ضریب اصطکاک لغزشی را می یابیم.



$$\sum F_y = 0 \Rightarrow F_N - mg = 0 \Rightarrow F_N = ۶ \times ۱0 = ۶0\text{ N}$$

$$\sum F_x = ma \Rightarrow ۲۴ - f_k = ۶ \times ۳ \Rightarrow f_k = ۶\text{ N}$$

$$f_k = \mu_k \times F_N \Rightarrow ۶ = \mu_k \times ۶0 \Rightarrow \mu_k = 0/۱$$

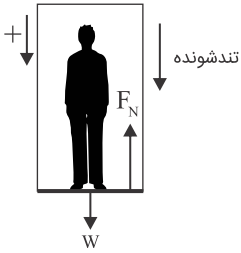
گام اول

الف) شخصی به جرم $m = 80 \text{ kg} \leftarrow 80 \text{ kg}$ لحظه‌ای که آسانسور با شتاب ثابت 2 m/s^2 تندشونده رو به پایین حرکت می‌کند (جهت مثبت را رو به پایین در نظر می‌گیریم) $a = 2 \text{ m/s}^2 \leftarrow$

ج) نیرویی که از طرف شخص به آسانسور وارد می‌شود، چند نیوتن است؟ $\leftarrow F'_N = ?$

گام دوم

برای فهم بهتر شکل مسئله را رسم می‌کنیم.



باتوجه به قانون دوم نیوتن، $\sum F = ma$ ، F_N را به دست می‌آوریم. در اینجا ۲ نیرو داریم، یکی نیروی وزن شخص و دیگری نیرویی که کف آسانسور به شخص وارد می‌کند. بنابراین:

$$\begin{aligned} \sum F = ma &\Rightarrow W - F_N = ma \\ \Rightarrow mg - F_N = ma &\Rightarrow F_N = m(g - a) = 80(10 - 2) = 640 \text{ N} \end{aligned}$$

باتوجه به قانون عمل و عکس‌العمل، $F_N = F'_N$ است، بنابراین:

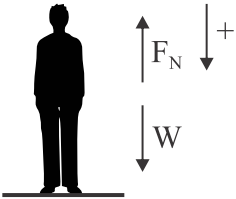
$$\begin{cases} F'_N = F_N \\ F_N = 640 \end{cases} \Rightarrow F'_N = 640 \text{ N}$$

گام اول

- الف) شخصی به وزن $600\text{N} \leftarrow W = 600\text{N}$
- ب) ترازو عدد 480N را نشان می‌دهد. $f_N = 480\text{N} \leftarrow$
- ج) شتاب آسانسور چند متر بر مجذور ثانیه و به کدام جهت است؟ $a = ? \leftarrow$

گام دوم

از آنجا که شتاب شخص با شتاب آسانسور برابر است، شتاب شخص را با استفاده از قانون دوم نیوتن به دست می‌آوریم (جهت مثبت را روبه پایین در نظر می‌گیریم).



$$\begin{cases} \sum F = ma \\ W = 600\text{N} \Rightarrow m = 60\text{kg} \end{cases} \Rightarrow W - f_N = ma \Rightarrow 600 - 480 = 60 \times a \Rightarrow a = \frac{120}{60} = +2\text{m/s}^2$$

بنابراین آسانسور با شتاب 2m/s^2 و هم‌جهت با جهت در نظر گرفته‌شده؛ یعنی رو به پایین در حال حرکت است.

گام اول

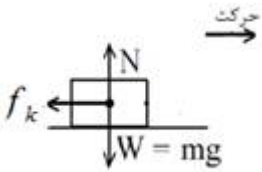
الف) با سرعت $v_o = 54 \text{ km/h} \leftarrow 54 \text{ km/h}$

ب) ضریب اصطکاک جنبشی $\mu_k = 0.2$ باشد $\leftarrow \mu_k = 0.2$

ج) اتومبیل پس از طی چند متر متوقف می‌شود؟ $\leftarrow v = 0, \Delta x = ?$

گام دوم

قانون دوم نیوتون را برای اتومبیل در دو راستای قائم و افقی نوشته و در نهایت با محاسبه شتاب حرکت اتومبیل و معادله مستقل از زمان، جابه‌جایی را به دست می‌آوریم:



$$\sum F_y = 0 \Rightarrow F_N - mg = 0 \Rightarrow F_N = mg = 10m$$

$$f_k = \mu_k \times F_N = 0.2 \times 10 \times m = 2m$$

$$\sum F_x = ma \Rightarrow -f_k = ma \Rightarrow -2m = ma \Rightarrow a = -2 \text{ m/s}^2$$

در نتیجه مقدار جابه‌جایی برابر است با: (دقت شود که واحد سرعت باید تبدیل شود)

$$v_o = 54 \text{ km/h} = 54 \times \frac{5}{18} = 15 \text{ m/s}$$

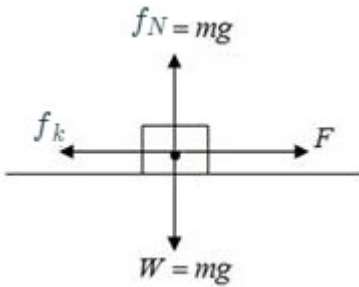
$$v^2 - v_o^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - (15)^2 = 2 \times -2 \times \Delta x \Rightarrow \Delta x = 56.25 \text{ m} \simeq 56 \text{ m}$$

گام اول

- الف) جرمی به جرم $6\text{ kg} \leftarrow m = 6\text{ kg}$
- ب) اگر به جسم نیروی افقی 24 N وارد کنیم، شتاب حرکت 3 m/s^2 می‌شود $\leftarrow a = 3\text{ m/s}^2$, $F = 24\text{ N}$
- ج) ضریب اصطکاک لغزشی بین سطح و جسم کدام است؟ $\leftarrow \mu_k = ?$

گام دوم

باتوجه به نیروهای وارد بر جسم و استفاده از قانون دوم نیوتن، نیروی عمودی تکیه‌گاه و ضریب اصطکاک را به دست می‌آوریم:



مؤلفه y برآیند نیروهای وارد بر جسم صفر است، بنابراین:

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow f_N - mg = 0 \Rightarrow f_N = mg$$

با به کارگیری قانون دوم نیوتن در راستای x داریم:

$$\begin{cases} \sum F_x = ma \Rightarrow F - f_k = ma \\ f_k = \mu_k f_N \\ f_N = mg \end{cases} \Rightarrow F - \mu_k mg = ma \Rightarrow 24 - \mu_k \times 6 \times 10 = 6 \times 3 \Rightarrow \mu_k = 0.1$$

گام اول

الف) فقط دو نیروی $\vec{F}_1 = 2\vec{i} - 6\vec{j}$ و \vec{F}_2 بر ذره‌ای وارد می‌شوند $\leftarrow \sum \vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$
 ب) این ذره با سرعت ثابت $\vec{v} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$ حرکت می‌کند. $\leftarrow \vec{a} = 0$
 ج) در این حالت نیروی \vec{F}_2 کدام است؟ $\leftarrow \vec{F}_2 = ?$

گام دوم

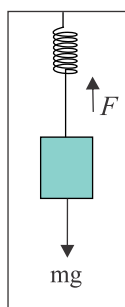
چون شتاب حرکت صفر است بنابر طبق قانون دوم نیوتن داریم:

$$\begin{cases} \sum \vec{F} = m\vec{a} \\ \vec{a} = 0 \end{cases} \Rightarrow \sum \vec{F} = m \times 0 = 0$$

بنابراین کافی است برآیند دو نیروی وارد بر جسم صفر شود:

$$\sum \vec{F} = 0 \Rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 0 \Rightarrow 2\vec{i} - 6\vec{j} + \vec{F}_2 = 0 \Rightarrow \vec{F}_2 = -2\vec{i} + 6\vec{j}$$

به وزنه متصل به نیروسنج، دو نیروی وزن و نیروی نیروسنج وارد می‌شود. حال در حرکت روبه‌بالا و روبه‌پایین قانون دوم نیوتن را می‌نویسیم:



$$\begin{cases} \text{حرکت روبه‌بالا: } F_1 - mg = ma \\ \text{حرکت روبه‌پایین: } mg - F_2 = ma \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_1 = m(a + g) & (1) \\ F_2 = m(g - a) & (2) \end{cases}$$

رابطه (۲) را به (۱) تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{m(g - a)}{m(g + a)} = \frac{g - a}{g + a} = \frac{10 - 2}{10 + 2} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

اگر جهت مثبت را به طرف بالا در نظر بگیریم:

$$F = 24 \text{ N}$$



$$\begin{cases} F - mg = ma \\ mg = 2 \times 10 = 20 \text{ N} \Rightarrow 24 - 20 = 2a \Rightarrow 4 = 2a \Rightarrow a = 2 \text{ m/s}^2 \\ F = 24 \text{ N} \end{cases}$$

پس جهت شتاب جسم روبه بالا است. از طرفی کار برابر است با حاصل ضرب F و d . باتوجه به اینکه F ثابت است، اندازه کار با جابه‌جایی متناسب است. حال به بررسی حالت‌های مختلف می‌پردازیم:

الف) اگر ابتدا جسم ساکن باشد یا به طرف بالا در حرکت باشد، حرکت جسم تندشونده می‌شود و در ثانیه‌های متوالی جابه‌جایی جسم افزایش پیدا می‌کند در نتیجه اندازه کار F نیز افزایش پیدا می‌کند.

ب) در صورتی که ابتدا جهت حرکت جسم روبه پایین باشد، حرکت جسم کندشونده می‌شود اما بعد از توقف جسم دوباره حرکتش روبه بالا و تندشونده می‌شود، پس در ثانیه‌های متوالی، جابه‌جایی جسم تا توقف کم می‌شود و بعد از توقف زیاد می‌شود؛ بنابراین اندازه کار نیروی F ابتدا کاهش و بعد افزایش پیدا می‌کند.

m یک کمیت اسکالر است؛ بنابراین از رابطه تکانه ($\vec{P} = m\vec{v}$)، می‌توان دریافت که تغییرات تکانه، نشان‌دهنده تغییرات سرعت جسم است.

$$\vec{P} = 5\vec{i} + (-3t + 6)\vec{j} \Rightarrow \begin{cases} P_x = mv_x = 5 \Rightarrow \text{سرعت در راستای محور } x \text{ ثابت است} \\ P_y = mv_y = -3t + 6 \Rightarrow \text{حرکت با شتاب ثابت در راستای محور } y \end{cases}$$

با تعیین علامت تکانه، نوع حرکت متحرک را به دست می‌آوریم. از طرفی چون سرعت در راستای محور x ثابت است، نوع حرکت و تغییرات سرعت را v_y تعیین می‌کند:

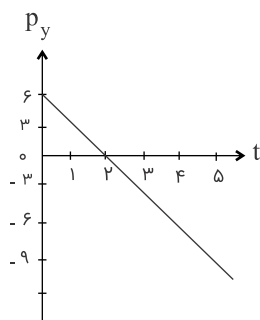
$$P_y = mv_y = -3t + 6 = 0 \Rightarrow t = 2s$$

t	۲	
v	+	-
a	-	-
حاصل ضرب علامت های v و a	-	+
نوع حرکت	کند شونده	تند شونده

باتوجه به جدول تعیین علامت، حرکت متحرک ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است.

روش دوم: می‌توانیم با رسم نمودار $P_y - t$ (که با توجه به اینکه m مقداری ثابت است، معادل نمودار $v_y - t$ است) در بازه زمانی ۱s تا ۵s نوع حرکت را بررسی کنیم.

مطابق نمودار زیر مشاهده می‌کنیم در بازه زمانی ۱s تا ۲s، اندازه‌ی سرعت متحرک در حال کاهش است پس در این بازه زمانی حرکت کندشونده می‌باشد. در بازه زمانی ۲s تا ۵s اندازه‌ی سرعت متحرک در حال افزایش است و در نتیجه حرکت تندشونده است.



باتوجه به اینکه شخص صندوق را به سمت غرب هل می‌دهد؛ شخص، نیرویی به سمت شرق به زمین وارد می‌کند؛ پس نیروی اصطکاک وارد بر شخص به سمت غرب خواهد بود. از طرفی صندوق به سمت غرب حرکت می‌کند، بنابراین نیروی اصطکاک وارد بر صندوق به سمت شرق خواهد بود.

گام اول

الف) بزرگی اندازه حرکت (تکانه) جسمی به جرم ۲ کیلوگرم برابر $۶ \text{ kg} \cdot \text{m/s}$ است. $\leftarrow |P| = ۶ \text{ kg} \cdot \text{m/s}$, $m = ۲ \text{ kg}$
 ب) انرژی جنبشی جسم چند ژول است؟ $\leftarrow K = ?$

گام دوم

باتوجه به رابطه زیر داریم:

$$K = \frac{1}{2} mv^2 \xrightarrow{p=mv} K = \frac{p^2}{2m} = \frac{۶^2}{۲ \times ۲} = ۹ \text{ kg} \cdot \text{m/s} = ۹ \text{ J}$$

گام اول

الف) اتومبیلی به جرم ۴ تن $\leftarrow m = ۴ \text{ ton} = ۴۰۰۰ \text{ kg}$

ب) با سرعت $۲۰ \text{ m/s} \leftarrow v_0 = ۲۰ \text{ m/s}$

ج) در اثر ترمز با شتاب ثابت در مدت ۵ s متوقف می شود $\leftarrow \Delta t = ۵ \text{ s}, v = 0, a < 0$

د) نیروی ترمز چند نیوتون است؟ $\leftarrow F = ?$

گام دوم

ابتدا با استفاده از معادله سرعت، شتاب حرکت را به دست آورده و سپس به کمک قانون دوم نیوتون، نیروی ترمز را محاسبه می کنیم: (نیروی ترمز، تنها نیروی وارد شونده بر اتومبیل در حین ترمز است)

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = a \times ۵ + ۲۰ \Rightarrow a = -۴ \text{ m/s}^2$$

$$F = ma = ۴۰۰۰ \times -۴ = -۱۶۰۰۰ \text{ N}$$

توجه: علامت منفی، نشان دهنده این است که نیروی ترمز، خلاف جهت حرکت اتومبیل است.

گام اول

الف) سیاره‌ای که شعاع آن نصف شعاع زمین $\leftarrow R_{\text{سیاره}} = \frac{1}{2} R_{\text{زمین}}$

ب) جرم سیاره $\frac{1}{۴}$ جرم کره زمین $\leftarrow M_{\text{سیاره}} = \frac{1}{۴} M_{\text{زمین}}$

ج) شتاب گرانی در سطح سیاره، چندبرابر شتاب گرانی در سطح کره زمین خواهد شد؟ $\leftarrow \frac{g_{\text{سیاره}}}{g_{\text{زمین}}} = ?$

گام دوم

باتوجه به رابطه زیر داریم:

$$g = G \frac{M}{r^2} \Rightarrow \frac{g_{\text{سیاره}}}{g_{\text{زمین}}} = \frac{M_{\text{سیاره}}}{M_{\text{زمین}}} \times \left(\frac{R_{\text{زمین}}}{R_{\text{سیاره}}} \right)^2 = \frac{1}{۴} \times ۲^2 = ۱$$

گام اول

- الف) سه نیروی ۸ و ۶ و ۱۲ نیوتنی به جسمی با جرم ۴ kg اعمال شده.
 $m = ۴\text{ kg}, |F_1| = ۸\text{ N}, |F_2| = ۶\text{ N}, |F_3| = ۱۲\text{ N} \leftarrow$
 ب) جسم ساکن است $\leftarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 0$
 ج) هرگاه نیروی ۶ نیوتنی حذف شود $\leftarrow |\vec{F}_1 + \vec{F}_3| = |\vec{F}_2|$
 د) با چه شتابی حرکت می‌کند؟ $\leftarrow a = ?$

گام دوم

می‌دانیم برآیند نیروها، هرگاه نیروی ۶ نیوتنی حذف شود برابر است با حاصل ضرب جرم در شتاب، باتوجه به این مطلب و استفاده از قانون دوم نیوتن شتاب جسم را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} \sum |\vec{F}_T| = ma \\ |\vec{F}_T| = |\vec{F}_1 + \vec{F}_3| = |\vec{F}_2| = ۶\text{ N} \end{cases} \Rightarrow ۶ = ۴ \times a \Rightarrow a = ۱/۵\text{ m/s}^2$$

گام اول

دو نیروی $\vec{F}_1 = ۲\vec{i} - ۵\vec{j}$ و \vec{F}_2 به جسم $۱/۵\text{ kg}$ اثر می‌کند: $m = ۱/۵\text{ kg} \leftarrow$

گام دوم

باتوجه به رابطه $\vec{F}_{eq} = m\vec{a}$ ، برآیند نیروها را حساب می‌کنیم:

$$\vec{F}_{eq} = m\vec{a} = ۱/۵ (\vec{F}_1 + \vec{F}_2) = ۳\vec{i} - ۶\vec{j}$$

با توجه به اینکه برآیند نیروها، جمع مؤلفه‌های x و y است، نیروی \vec{F}_2 را به دست می‌آوریم:

$$\begin{aligned} \begin{cases} \vec{F}_{eq} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \\ \vec{F}_2 = F_{2x}\vec{i} + F_{2y}\vec{j} \end{cases} &\Rightarrow ۳\vec{i} - ۶\vec{j} = ۲\vec{i} - ۵\vec{j} + \vec{F}_2 \\ \Rightarrow ۳\vec{i} - ۶\vec{j} &= ۲\vec{i} - ۵\vec{j} + F_{2x}\vec{i} + F_{2y}\vec{j} \\ \Rightarrow ۳\vec{i} - ۶\vec{j} &= (۲ + F_{2x})\vec{i} + (-۵ + F_{2y})\vec{j} \\ \Rightarrow \begin{cases} ۳ = ۲ + F_{2x} \Rightarrow F_{2x} = ۱ \\ -۶ = -۵ + F_{2y} \Rightarrow F_{2y} = -۱ \end{cases} &\Rightarrow \vec{F}_2 = ۱\vec{i} - ۱\vec{j} \end{aligned}$$

باتوجه به قانون دوم نیوتن، بردار نیروی \vec{F}_3 را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} \sum \vec{F} = m\vec{a} \\ \sum \vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 \\ \vec{F}_1 = -15\vec{i} + 17\vec{j} \\ \vec{F}_2 = -21\vec{i} + 19\vec{j} \\ m = 5\text{kg} \\ \vec{a} = -4\vec{i} + 3\vec{j} \end{cases} \Rightarrow -15\vec{i} + 17\vec{j} - 21\vec{i} + 19\vec{j} + \vec{F}_3 = 5 \times (-4\vec{i} + 3\vec{j}) \Rightarrow \vec{F}_3 = 16\vec{i} - 12\vec{j}$$

درنتیجه اندازه نیروی \vec{F}_3 برابر است با:

$$|\vec{F}_3| = \sqrt{(16)^2 + (-12)^2} = 20\text{N}$$

گام اول

الف) جسم ۲ کیلوگرمی $m = 2\text{kg}$

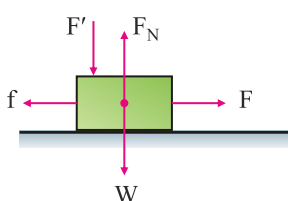
ب) تغییر سرعت جسم بعد از ۲ ثانیه چند متر بر ثانیه خواهد شد؟ $\Delta v = ? \text{ m/s}$, $\Delta t = 2\text{s}$

گام دوم

هم‌زمان چهار نیرو به جسم وارد می‌شود، با توجه به اینکه جسم در حالت تعادل قرار دارد ($\sum \vec{F} = 0$) با حذف نیروی ۱۵ نیوتنی، اندازه بردار برآیند بقیه نیروها برابر ۱۵ نیوتن است. بنابراین با استفاده از قانون دوم نیوتن داریم:

$$\begin{cases} F = ma \\ a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \\ \sum F = 15\text{N} \end{cases} \Rightarrow F = m \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow 15 = 2 \times \frac{\Delta v}{2} = 15\text{m/s}$$

در این نوع سؤالات ابتدا باید تعیین کنیم که جسم از آستانه حرکت گذشته است یا خیر. بنابراین نیروی محرک را با نیروی بیشینه اصطکاک ایستایی مقایسه می‌کنیم.



$$f_{s\max} = \mu_s F_N \xrightarrow{F_N = W + F'} f_{s\max} = \mu_s (W + F') = 0.5(20 + 30) = 25\text{N}$$

$$F = 20\text{N} < f_{s\max} = 25\text{N}$$

جسم به آستانه حرکت نرسیده و ساکن است. درنتیجه تغییر تکانه آن صفر است.

در این سؤال که ترکیب سقوط آزاد و دینامیک است، ابتدا از فرمول‌های سقوط آزاد، سرعت برخورد گلوله در لحظه برخورد به زمین را با استفاده از معادله مستقل از زمان به دست می‌آوریم و می‌دانیم چون جسم رها شده، پس: $v_0 = 0$

$$v^2 - v_0^2 = -2g\Delta y \Rightarrow v^2 - 0 = -2(10)(-45)$$

$$\Rightarrow v^2 = 900 \Rightarrow v = \pm 30 \text{ m/s} \xrightarrow{\text{جهت سرعت روبه پایین است}} v = -30 \text{ m/s}$$

$$\vec{F} = m\vec{a} = m \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = m \frac{v_2 - v_1}{\Delta t} = m \times \frac{0 - (-30)}{0/3} = \frac{30m}{0/3} = 100m$$

از طرفی وزن گلوله $W = mg = 10m$ است، پس نیروی وارد بر گلوله را برحسب وزن به صورت زیر داریم:

$$\begin{cases} F = 100m \\ W = 10m \end{cases} \Rightarrow F = 10W$$